



Kovaryans Analizi

Selim Kılıç¹

ÖZET:

Kovaryans analizi

Kovaryans analizi çalışmada incelenmek istenmeyen başka bir değişkenin doğrusal etkisinin istatistiksel olarak kontrol edilmesini sağlayan ANOVA'nın genişletilmiş olan bir istatistiksel yöntemdir. Dışardan gelen, bu ikincil değişkenlere ortak değişkenler ya da kontrol değişkenleri adı verilmektedir. Ortak değişkenler aralıklı ya da oransal veri biçiminde olmalıdır. Kovaryans analizi, varyans analizi ve regresyon analizinin bir kombinasyonu olup ortak değişken(ler)in etkilerini kontrol eder. Ortak değişkenler arasında çoklu ortak doğrusallık olmamalıdır. Diğer yandan ortak değişken(ler) ve bağımlı değişken arasında doğrusal bir ilişki olmalıdır. Kovaryans analizinde uygun ortak değişken kullanılması durumunda tip 2 hata azalır, bir başka ifade ile çalışmanın gücü artar.

Anahtar sözcükler: ANOVA, doğrusal regresyon, ortak değişken

ABSTRACT:

Analysis of covariance

Analysis of Covariance (ANCOVA) is a statistical method which is an extension of ANOVA that provides a way of statistically controlling the linear effect of variables one does not want to examine in a study. These extraneous variables are called covariates, or control variables. Covariates should be measured on an interval or ratio scale. ANCOVA, which combines regression analysis and analysis of variance (ANOVA), controls for the effects of covariate(s). There should be no multicollinearity between covariates. On the other hand there should be a linear association between dependent variable and covariate(s). If a good covariate is used in ANCOVA, then type 2 error decreases, in other words the power of the study increases.

Keywords: ANOVA, linear regression, covariate

Journal of Mood Disorders (JMood) 2017;7(1):73-8



¹GATA Epidemiyoloji Bilim Dalı Başkanlığı,
Ankara-Türkiye

Yazışma Adresi / Corresponding Author:
Selim Kılıç,
GATA Epidemiyoloji Bilim Dalı Başkanlığı,
Ankara-Türkiye

Elektronik posta adresi / E-mail address:
drselimkili@gmail.com

Geliş tarihi / Date of received:
10 Ağustos 2016 / August 10, 2016

Kabul tarihi / Date of acceptance:
30 Aralık 2016 / December 30, 2016

Bağıntı beyanı:

S.K.: Yazar bu makale ile ilgili olarak herhangi bir çıkar çatışması bildirmemiştir.

Declaration of interest:

S.K.: The author declare that they have no conflict of interests regarding the content of this article.

Kovaryans analizi (ANCOVA= Analysis of Covariance), bir araştırmada, bağımlı değişken üzerindeki etkisi incelenen iki ya da daha çok grubu içeren bağımsız değişkenin dışında, bağımlı değişken ile ilişkisi bulunan ve ortak değişken (covariate) olarak isimlendirilen değişken ya da değişkenlerin istatistiksel olarak kontrol edilmesini sağlayan yöntemdir. Kovaryans analizinin mantığı bağımlı değişkenden, ortak değişkenden kaynaklı değişimlerin etkisini çıkararak, yapılan düzeltme sonrası bağımlı değişkendeki değişimin bağımsız değişkenden kaynaklanıp kaynaklanmadığını ortaya koymaktır (1-3).

ANCOVA tasarımı bağımlı ve bağımsız değişkene ek olarak, bağımlı değişken ile ilişkisi olan, onu etkileyen ve hata kontrolü ile grupların bağımlı değişkendeki ortala-

malarını düzeltmek için kullanılan başka değişken(ler)in varlığını gerektirir. Söz konusu bu değişken(ler)e ortak değişken(ler) (covariate(s) adı verilmektedir. Kovaryans analizinin (ANCOVA), varyans analizinden (ANOVA) farkı bağımlı değişken ve bağımsız değişkenlere ek olarak ortak değişkenin modele dahil edilmesidir. ANCOVA özellikle gruplara seçilen bireylerin rastgele seçilmediği durumlarda ya da özellikle rastgele seçime rağmen seçim yapılan grupların örnekleminin küçük olmasına bağlı grupların bazı özellikler yönünden benzer olmaması durumunda olası bulunacak farkın benzer olmayan bu özellikten kaynaklanmadığını ortaya koymak adına tercih edilen bir yöntemdir (3-4).

Kovaryans analizi, varyans analizi ile regresyon anali-

zinin bir kombinasyonudur. Bu yöntemle grup ortalamaları arasındaki fark ölçülürken, regresyon analizi ve varyans analizi birlikte kullanılarak bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişkinin boyutu gerçeğe daha yakın belirlenebilmektedir. Yöntemde öncelikle regresyon analizi uygulanır, sonrasında düzeltilmiş değerler üzerinden varyans analizi gerçekleştirilir. Çalışma tasarımıyla kontrol edilemeyen, bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında incelenen ilişkiyi etkileyebileceği düşünülen, bağımlı değişken ile ortak değişken arasında var olan ilişki doğrusal bir regresyon yöntemiyle ortadan kaldırılarak hata varyansı azaltıldıktan sonra gruplara ait bağımlı değişkene ait ölçümler arasında fark olup olmadığı değerlendirilir. Hata varyansının azalmasına bağlı olarak tip 2 hata azalır ve dolayısıyla istatistiksel güç artar (3,5).

Kovaryans analizinin yapılabilmesi bazı varsayımların karşılanması gerekir. Bu varsayımlar aşağıda verilmiştir (3-7):

Karşılaştırılan gruplar birbirinden bağımsız olmalıdır.

Grupların bağımlı değişkene ait dağılımları normal ya da normale yakın olmalıdır (Gruplara ait örnek büyüklüğü 15 ve üzerinde olduğunda normal dağılım şartı ihmal edilebilir).

Bağımlı değişken aralıklı ya da oransal olmalıdır.

Gruplara ait varyansların homojenliği sağlanmalıdır.

Gruplar içi regresyon katsayıları eşit olmalıdır.

Ortak değişken, aralıklı ya da oransal veri biçiminde olmalıdır. Nominal (kategorik) değişkenler ortak değişken olarak kullanılmamalıdır.

Seçilen ortak değişkenin modele dahil edilmesi gerektiğinden emin olunmalıdır.

Seçilen ortak değişken, hatasız bir şekilde ölçülmüş olmalıdır.

Birden fazla ortak değişken kullanılacaksa seçilen ortak değişkenler arasında güçlü bir korelasyon, yani çoklu doğrusallık (multicollinearity) olmamalıdır. Eğer yüksek derecede bir korelasyon (bazı kaynaklarda $r \geq 0.8$, bazılarında $r \geq 0.5$) varsa, ortak değişkenlerden biri ya da birkaçı analizden çıkarılmalıdır.

Ortak değişken ve bağımlı değişken doğrusal bir ilişki içinde olmalıdır. Eğer ortak değişken ve bağımlı değişken arasında doğrusal ilişki yoksa hata varyansı çok az azaltılacağından analizden arzu edilen katkı sağlanamaz. Kovaryans analizinin ortak değişken ile

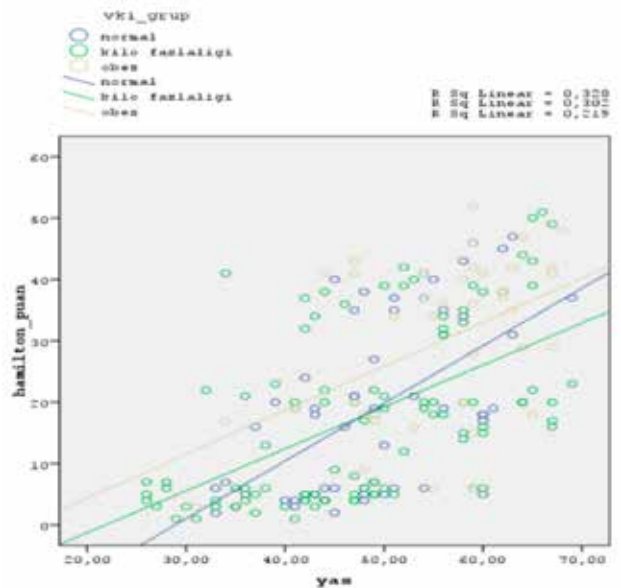
bağımlı değişken arasındaki korelasyonun 0.30'dan yüksek olduğu durumlarda etkili olduğu değerlendirilmektedir.

SPSS'de bir örnek üzerinde kovaryans analizi uygulamalarını inceleyelim:

Normal kilolu, kilo fazlalığı olan ve obez olmak üzere "VKI_grup" (Vücut Kitle İndeksi_grup) başlığı altında tanımladığımız 3 ayrı grubumuz var. Bu 3 grupta Hamilton depresyon puanlarının farklı olup olmadığını karşılaştırmak istiyoruz. Diğer yandan ilerleyen yaş ile birlikte VKI'nin artacağını da dikkate alarak yaş (ortak değişken) için düzeltme yaptıktan sonra bu 3 grup arasında Hamilton depresyon puanları yönünden istatistiksel anlamlı fark olup olmadığını kovaryans analizi ile inceleyeceğiz.

Bağımsız değişken: VKI grup, bağımlı değişken: Hamilton depresyon puanı, ortak değişken: yaş

ANCOVA için varsayımların kontrol edilmesi amacıyla, ortak değişken ve bağımlı değişken arasındaki ilişkinin doğrusallığının kontrolü için "Graphs" seçeneği altında "Scatter" seçildikten sonra açılan ekranda "Simple" seçilir ve "Define" işaretlenir. Açılan pencerede; Y axis kısmına bağımlı değişkenimiz "Hamilton depresyon puanı", X axis kısmına ortak değişken "yaş" ve Set markers by kısmına bağımsız değişken VKI_grup aktarılıp OK butonuna basılır. Aşağıda görülen serpmme grafiği incelendiğinde ortak değişken (yaş) ile bağımlı değişken (Hamilton depresyon puanı) arasında doğrusal bir ilişki olduğu ifade edilebilir.



Bir sonraki aşamada regresyonun ve varyansların homojenliği varsayımlarını test etmek için “General Linear Model” seçeneği altında (Univariate) seçilir. Değişkenler ilgili yerlere aktarıldıktan sonra Univariate ekranındaki Model butonu işaretlenir Açılan Univariate:Model ekranında. Custom seçeneği işaretlenir, Factors & Covariates kısmındaki değişkenler (vki_ grup ve yaş) önce ayrı ayrı, sonra ikisi birlikte seçilerek Build Term(s) kısmındaki OK butonu kullanılarak Model kısmına aktarılır, Continue butonuna basılarak pencere kapatılır ve Univariate ekranına dönülür.

Univariate penceresindeki Options butonuna tıklanır. Univariate: Options penceresi ekrana gelir. Bu pencerede bulunan Factor(s) and Factor Interactions kısmındaki tüm seçenekler Display Means for: kısmına aktarılır. Yine bu penceredeki Display kısmından varyansların eşitliğini test etmek için Homogeneity tests, tanımlayıcı istatistik-

lerin hesabı için Descriptive statistics seçenekleri işaretlenir. Univariate:Options kısmındaki tercihler tamamlandıktan sonra Continue butonuna tıklanarak Univariate ana menüsüne dönülür. OK tıklanarak sonuçlar alınır.

Altındaki tabloya göre standart sapmalar büyük olmakla birlikte, grupların Hamilton depresyon puanı ortalamaları arasında büyük farklılıklar vardır. Tabloda yer alan sonuçlara göre varyansların homojen olduğu ifade edilebilir (p (sig.)= 0.951, $p>0.05$ 'ten büyük olduğu için).

Regresyonların homojenliğini test etmek için yukarıda verilen tablodaki vki_ grup*yaş satırındaki p (sig) değerine bakılır. Bu etkileşim istatistiksel olarak anlamlı ise regresyonlar homojen dağılmamıştır. Burada (p)=0.162 olduğundan yani $p>0.05$ olduğu için regresyon doğrularının eğimleri eşit kabul edilir.

Varsayımlar sağlandığından artık kovaryans analizi (ANCOVA) uygulanabilir. Univariate ekranındaki Model

Pairwise Comparisons

Dependent Variable: hamilton_puan

(I) vki_grup	(J) vki_grup	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^a	95% Confidence Interval for Difference ^a	
					Lower Bound	Upper Bound
normal	kilo fazlaligi	,252	1,991	1,000	-4,557	5,061
	obez	-6,151*	2,503	,045	-12,197	-,105
kilo fazlaligi	normal	-,252	1,991	1,000	-5,061	4,557
	obez	-6,403*	2,279	,016	-11,907	-,899
obez	normal	6,151*	2,503	,045	,105	12,197
	kilo fazlaligi	6,403*	2,279	,016	,899	11,907

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the ,05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

sıra_no	hamilton_p	grup	dogumtarix	cinsiyet	vki	hb	ish	glukoz	madde_kullanims	ale_oykusu	kortizol	BDNF	yas	depr
60.00	7	kontrol	1964	erkek	27.03	12.5	4.30	95	yok	yok	195.00	10.60	49.00	
65.00	7	kontrol	1987	kadin	25.97	12.5	4.21	69	yok	yok	158.00	10.40	26.00	
61.00	7	kontrol	1985	erkek	25.88	11.4	4.14	89	yok	yok	198.00	10.20	28.00	
43.00	5	kontrol	1952	kadin	24.70	11.9	3.65	82	yok	yok	184.00	10.10	61.00	
46.00	6	kontrol	1978	erkek	29.12	12.9	3.73	85	yok	yok	192.00	9.80	35.00	
27.00														
33.00														
22.00														
42.00														
18.00														
11.00														
57.00														
44.00														
35.00														
40.00														
64.00														
30.00														
49.00														
36.00														
31.00														
24.00														
55.00														
29.00														
21.00														
25.00	5	kontrol	1966	erkek	26.50	12.1	3.41	78	yok	yok	202.00	8.50	47.00	

sıra_no	hamilton_puan	grup	dogumtarhi	cinsiyet	vki	hb	tsh	glkoz	madde_kullanimi	ale_oykusu	kortizol	BDNF
4.00	2	kontrol	1954	kadin	24.50	11.3	2.14	85	yok	yok	190.00	6.21
6.00	2	kontrol	1973	kadin	24.60	11.1	2.29	86	yok	yok	192.00	6.87
7.00	3	kontrol	1967	kadin	25.40	12.8	2.86	86	yok	yok	152.00	5.60
11.00	3	kontrol	1972	kadin	27.10	11.2	3.02	84	yok	yok	188.00	9.06
23.00	4	kontrol	1967	erkek	25.00	12.2	3.26	95	yok	yok	210.00	6.90
27.00												
28.00												
30.00												
32.00												
37.00												
38.00												
39.00												
40.00												
41.00												
43.00												
44.00												
45.00												
47.00												
57.00												
58.00												
59.00												
64.00												
80.00												
81.00												
82.00	17	half-orta depres	1953	kadin	21.00							
83.00	18	half-orta depres	1953	kadin	20.34							

Descriptive Statistics

Dependent Variable: hamilton_puan

vki_grup	Mean	Std. Deviation	N
normal	18,75	14,106	55
kilo fazlaligi	18,04	14,214	99
obez	29,73	13,282	41
Total	20,70	14,688	195

Levene's Test of Equality of Error Variances^a

Dependent Variable: hamilton_puan

F	df1	df2	Sig.
,051	2	192	,951

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept+vki_grup+yas+vki_grup * yas

butonu seçilince Univariate: Model ekranı açılır. İşaretli olan "Custom" seçeneği yerine "Full factorial" seçeneği işaretlenir ve Continue seçilerek Univariate ekranına dönülür. Univariate penceresindeki Options butonuna tıklanır. Univariate: Options penceresinde işaretli olan "Homogeneity tests" ve "Descriptive statistics" seçenek-

lerine ilaveten "Compare main effects" işaretlenir ve "confidence interval adjustment" aktif hale gelir buradaki seçeneklerden "Bonferroni" işaretlenir, Continue seçilerek Univariate ekranına dönülür ve son olarak OK işaretlenir.

İlk tabloda VKİ gruplamasına göre Hamilton depresyon puanlarına ait ortalamalar; alttaki tabloda yaşa göre düzeltilmiş Hamilton depresyon puan ortalamaları verilmiştir. ANCOVA'da karşılaştırma düzeltilmiş ortalama puanlara göre yapılır. ANCOVA yaşa göre düzeltilmiş Hamilton depresyon puanları obez grup için 25,683; kilo fazlalığı olan grup için 19,280 ve normal kilolu grup için 19,532'dir. Grupların düzeltilmiş başarı puanları arasında farklılık olduğu görülmektedir.

Altta yer alan tabloya göre ANCOVA ile yaş için yapılan düzeltme sonrası VKİ grupları arasında Hamilton depresyon puan ortalamaları yönünden istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur ($F=4,276$; $p=0,015$).

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: hamilton_puan

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	8205,045 ^a	5	1641,009	9,217	,000
Intercept	289,557	1	289,557	1,626	,204
vki_grup	1480,225	2	740,112	4,157	,017
yas	1868,633	1	1868,633	10,495	,001
vki_grup * yas	654,531	2	327,265	1,838	,162
Error	33650,103	189	178,043		
Total	125390,000	195			
Corrected Total	41855,149	194			

a. R Squared = ,196 (Adjusted R Squared = ,175)

sıra_no	hamilton_p	grup	dogumtarih	cinsiyet	vki	hb	tsh	glukoz	madde_kullanimi	ale_oykusu	kortizol	BDMF
60.00	7	kontrol	1964	erkek	27.03	12.5	4.30	95	yok	yok	195.00	10.60
65.00	7	kontrol	1987	kadin	25.97	12.5	4.21	69	yok	yok	158.00	10.40
61.00	7	kontrol	1985	erkek	25.88	11.4	4.14	89	yok	yok	158.00	10.30
43.00	5	kontrol	1952	kadin	24.70	11.9	3.65	82	yok	yok	184.00	10.10
46.00	5	kontrol	1978	erkek	28.12	12.9	3.73	86	yok	yok	192.00	9.80
27.00	5	kontrol	1977	erkek	20.14	11.8	3.49	69	yok	yok	158.00	9.56
33.00	4	kontrol	1982	erkek	26.10	11.8	3.40					
22.00												
42.00												
18.00												
11.00												
57.00												
44.00												
35.00												
40.00												
64.00												
30.00												
49.00												
36.00												
31.00												
24.00												
55.00												
29.00												
21.00												
25.00												
38.00												
13.00	3	kontrol	1983	erkek	28.90	12.1	3.10					

Descriptive Statistics

Dependent Variable: hamilton_puan

vki_grup	Mean	Std. Deviation	N
normal	18,75	14,106	55
kilo fazlaligi	18,04	14,214	99
obez	29,73	13,282	41
Total	20,70	14,688	195

VKİ gruplarına göre ikili grup karşılaştırmalarını gösteren Bonferroni testine ait sonuçları incelendiğinde, obez grubun Hamilton depresyon puan ortalaması normal ve kilo fazlalığı olan gruplardan istatistiksel olarak anlamlı yüksektir (sırası ile $p=0.045$, $p=0.016$). Buna karşılık normal ve kilo fazlalığı olan gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmamıştır ($p=1.00$).

Estimates

Dependent Variable: hamilton_puan

vki_grup	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
normal	19,532 ^a	1,599	16,379	22,685
kilo fazlaligi	19,280 ^a	1,198	16,917	21,643
obez	25,683 ^a	1,905	21,925	29,440

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: yas = 49,9179.

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: hamilton_puan

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	15096,595 ^a	3	5032,198	35,919	,000
Intercept	1747,882	1	1747,882	12,476	,001
yas	10841,770	1	10841,770	77,388	,000
vki_grup	1197,982	2	598,991	4,276	,015
Error	26758,553	191	140,097		
Total	125390,000	195			
Corrected Total	41855,149	194			

a. R Squared = ,361 (Adjusted R Squared = ,351)

Diğer yandan yaş için düzeltmeden önce normal ve kilo fazlalığı olan gruplara ait Hamilton depresyon puan ortalamasının arttığı, buna karşılık obez grubun ortalamasının azaldığı yani obez grupla diğer gruplar arasında mevcut olan puan ortalaması farkının azaldığı bulunmuştur.

Kaynaklar:

1. Jekel JF, Elmore JG, Katz DL. Epidemiology, Biostatistics and Preventive Medicine. WB Saunders Comp. 1996, 175-8.
2. Dawson B, Trap RG. Basic and Clinical Biostatistics, Lange Medical Books/McGraw-Hill, Third Edition, 2004; 235-45.
3. Akgül A. Tıbbi Araştırmalarda İstatistiksel Analiz Teknikleri, İkinci Baskı, 2003, 404-13.
4. Miller GA, Chapman JP. Misunderstanding Analysis of Covariance. Journal of Abnormal Psychology. 2001;110(1):40-8. [\[CrossRef\]](#)
5. Mulligan NW, Wiesen C. Using the analysis of covariance to increase the power of priming experiments. Can J Exp Psychol. 2003;57(3):152-66. [\[CrossRef\]](#)
6. Little RJ, An H, Johans J, Giordani B. A comparison of subset selection and analysis of covariance for the adjustment of confounders. Psychol Methods. 2000;5(4):459-76. [\[CrossRef\]](#)
7. Porter AC, Raudenbush SW. Analysis of covariance: Its model and use in psychological research. Journal of Counseling Psychology. 1987;34:383-92. [\[CrossRef\]](#)

Sonuç olarak; kovaryans analizi -gerekli koşulların sağlanması durumunda- karşılaştırma yapılan gruplara ait ortalamalar arasındaki farkın başka bir değişkenden de kaynaklanabileceği düşünüldüğünde kullanılması gerekli olan, sonuçların doğru yorumlanmasında da önemli katkı sağlayan bir istatistiksel tekniktir.